ВЕРОЯТНОСТНАЯ ТРАКТОВКА ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ СТОКА

Бураков Д.А.

Красноярский государственный аграрный университет, Россия

Для описания связи расхода воды $q(t)$, поступающего на вход гидрологической системы, с расходом воды $Q(t)$ на ее выходе, широко применяются линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Модели такого типа называются линейными. Рассмотрим бесприточный участок реки. Известно, что при нулевых начальных условиях общим решением линейных дифференциальных уравнений является интеграл свертки $Q(t)=\int_0^t \varphi(\tau)q(t-\tau)d\tau$. Функция $\varphi(\tau)$ называется функцией влияния или кривой добегания. В турбулентных потоках с неравномерным распределением скоростей кривые добегания могут трактоваться в вероятностном смысле, – как плотность распределения вероятностей времени добегания элементарных объемов воды на заданном участке реки $\varphi(\tau)$. Их форма более или менее устойчива в достаточно широком диапазоне параметров потока [1, 2]. Для аппроксимации $\varphi(\tau)$ используются известные функции: гамма-распределение, Крицкого-Менкеля при положительной асимметрии, и Бровковича – при положительной и отрицательной. Вероятностный подход к отысканию кривой $\varphi(\tau)$ сводится к оценке ее параметров, которые выражаются через среднее время добегания и другие моменты [2].

Разделим бесприточный участок реки на n последовательных отрезков. Представим время добегания τ элементарного объема воды на всем участке в виде суммы $\tau=\sum_{i=1}^{n}\tau_i$, где τ_i – время добегания на i -ом отрезке. Для достаточно длинных отрезков русла логично считать τ_i взаимно независимыми случайными величинами, следовательно, для оценки моментов времени добегания применимы теоремы о моментах сумм независимых случайных величин (Е. С. Вентцель. Теория вероятностей, М, 1964). На этой основе в [1, 2] получены следующие формулы для расчета стандартных параметров распределения времени добегания на морфологически однородных бесприточных участках рек

$$m_1=\bar{\tau}=\frac{L}{\bar{v}};\ \sigma=a\sqrt{\bar{\tau}};\ M_3=ka^4\bar{\tau};\ C_v=\frac{a}{\sqrt{\bar{\tau}}};\ C_s=kC_v, \tag{1}$$

где $\bar{\tau}=\frac{L}{v}$ – среднее время добегания; L – длина участка; v – средняя скорость течения; σ –

среднее квадратичное отклонение времени добегания; $a-$ параметр продольного рассеяния (существенно зависит от степени затопления и шероховатости поймы); C_v и C_s – коэффициенты вариации и асимметрии; k – отношение $\frac{C_s}{C_v}$, т.е. $k=\frac{C_s}{C_v}$ (можно задавать k=3 [1, 2]). При известном виде дифференциального уравнения линейной модели стока, вид соответствующей кривой добегания удобно получить, используя преобразование Фурье-Лапласа. В [3] показано, что связь между начальными моментами s-ого порядка (s = 1, 2, 3) и параметрами кривой добегания задается следующим уравнением $m_s=\frac{1}{(-i)^s}\frac{d^s\bar{\varphi}(p)}{d\omega}\bigg|_{\omega=0}$, где $p=i\omega$; $i=\sqrt{-1}$; $\frac{d^s\bar{\varphi}(p)}{d\omega^s}-$ s-я производная Фурье-образа функции влияния $\bar{\varphi}(p)$; $\omega-$ вещественная переменная. Например, для кривой добегания Калинина-Милюкова получим соотношения для ее параметров (n_{KM} и τ_{KM}): $n_{KM}=\frac{1}{C_v{}^2}$, $\sigma=\left(\sqrt{\tau_{KM}}\right)\sqrt{\bar{\tau}}$, и, следовательно, среднее квадратичное отклонение σ времени добегания элементарных объемов воды пропорционально $\sqrt{\bar{\tau}}$, где $\bar{\tau}=\frac{L}{\bar{v}}$. Аналогичное соотношение (1) для σ получено из вероятностных соображений о движении элементарных объемов воды. Из (1) также следует, что параметр $\tau_{KM}=a^2$, где a – параметр продольного рассеяния из (1). Значения этого параметра исследуются в [1, 2]. В докладе обобщен опыт применения рассмотренного подхода к описанию кривых добегания в задачах расчета (прогноза) добегания воды на приточных участках рек, речных систем, и для речного бассейна. Предложенный подход позволяет выразить параметры кривых добегания в зависимости от ясных в физическом смысле характеристик, учесть неравномерное распределение бокового притока по длине речной системы, регулирующее воздействие поймы, и, при необходимости, учесть зависимость скорости течения от наполнения русла. Появляется возможность минимизировать число параметров при решении перечисленных задач.

Литература

1. Бураков Д. А. Кривые добегания и расчет гидрографа весеннего половодья. – ТГУ, Томск, 1978, 129 С.

2. Бураков Д. А. К оценке параметров уравнений, аппроксимирующих кривую руслового добегания // Водные ресурсы. - 1978, №4, С.21-34.

3. Бураков Д. А. К оценке параметров кривых добегания стока // Метеорология и гидрология. – 1989, №10, С. 89-95.